

# Einführung zu Futures und Optionen

**PD Dr. Hans Rau-Bredow**

**Freitag, 10.Mai 2019, 11:15 - ca. 17 Uhr, Ort: HS 410**

## Gliederung

- 1. Einführung**
- 2. Futures**
- 3. Optionen**



05.08.2013 14:47

“ Derivatives are financial weapons of mass destruction ”

Warren Buffett

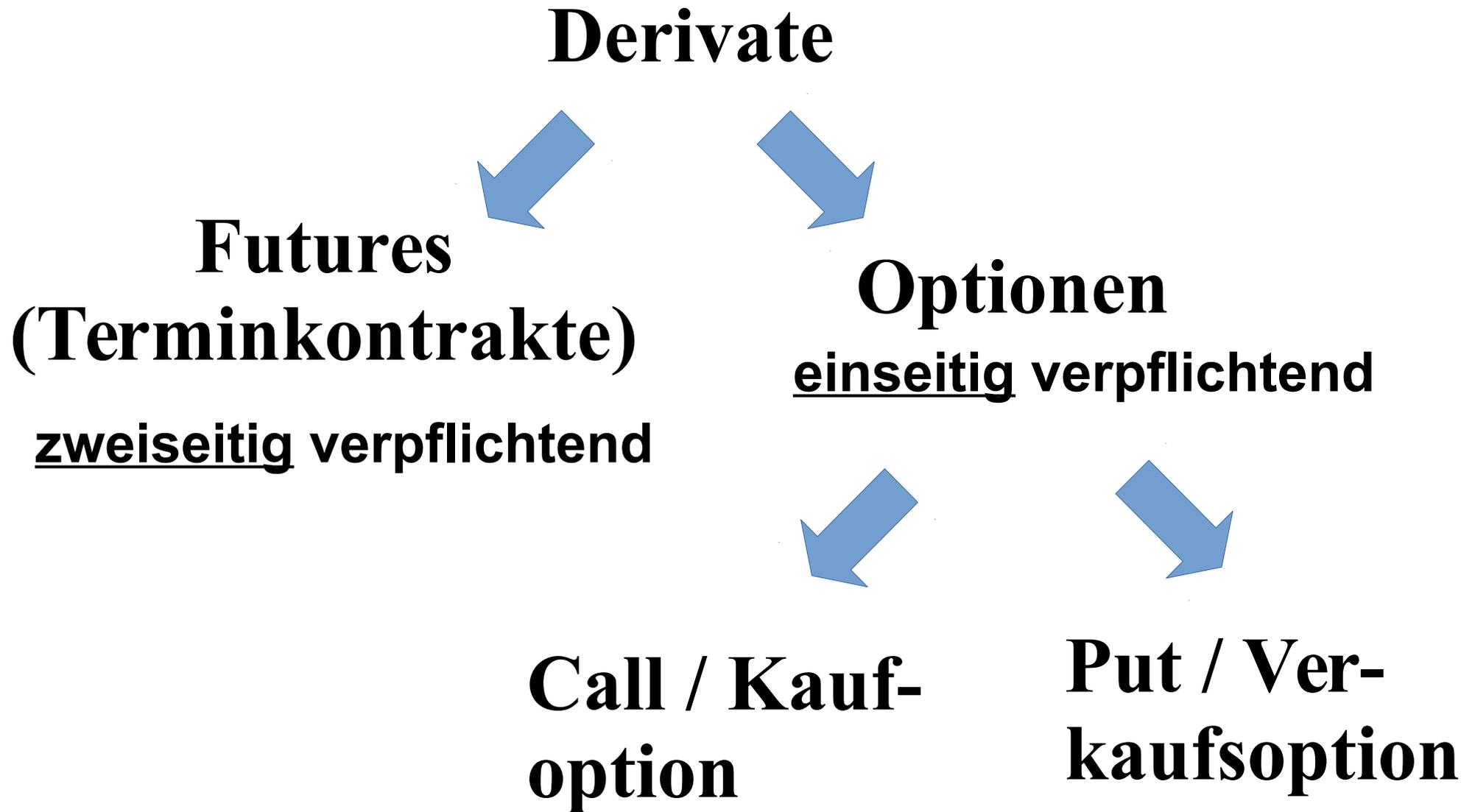
GUTE DERIVATEGESCHÄFTE

## Starinvestor Buffett scheffelt Milliarden

Berkshire Hathaway

### Buffett verliert mit Derivaten zwei Milliarden

Samstag, 05.11.2011, 10:49



- Bei Abschluss eines Future werden bereits heute die Konditionen (Preis, Menge, Termin) für einen erst in der Zukunft abzuwickelnden Kauf/Verkauf bindend festgelegt.
- Das Geschäft ist auch dann bindend, wenn es sich für eine Partei später als nachteilig herausstellt.

**=> Futures sind zweiseitig verpflichtend**

- Eine Option berechtigt gegen Zahlung einer Prämie zum Kauf/Verkauf eines Wirtschaftsgutes innerhalb eines bestimmten Zeitfensters.
- Stellt sich später heraus, dass der Kauf/Verkauf nicht lohnend ist, lässt man die Option einfach wertlos verfallen.

**=> Optionen sind einseitig verpflichtend**

Ein Beispiel für sehr langfristige Put-Optionen:

***„Some of our contracts come due in 15 years, others in 20. We must make a payment to our counterparty at maturity if the reference index to which the put is tied is then below what it was at the inception of the contract. Neither party can elect to settle early; it’s only the price on the final day that counts.“***

***(Warren Buffett im Brief an die Aktionäre 2008)***

## Beschreibung der Position:

**Laufzeit:** 15 – 20 Jahre

**Art des Geschäftes:** Stillhalter in Verkaufsoptionen (Puts)

**Erfüllung:** Barausgleich

**Basispreis:** Kurs bei Vertragsschluss

**Vorzeitige Ausübung:** Nicht möglich (europäische Option)

**Buffett im Brief an die Aktionäre 2008 (Fortsetzung):**

***„To illustrate, we might sell a \$1 billion 15-year put contract on the S&P 500 when that index is at, say, 1300. If the index is at 1170 – down 10% – on the day of maturity, we would pay \$100 million. If it is above 1300, we owe nothing. For us to lose \$1 billion, the index would have to go to zero. In the meantime, the sale of the put would have delivered us a premium – perhaps \$100 million to \$150 million – that we would be free to invest as we wish.“***

## Best Case / Worst Case

<b><i>Art des Geschäftes</i></b>	<b><i>Max. Gewinn</i></b>	<b><i>Max. Verlust</i></b>
<b><i>Kauf Call</i></b>	<b>unendlich</b>	<b>Optionsprämie</b>
<b><i>Verkauf Call (Stillhalter)</i></b>	<b>Optionsprämie</b>	<b>unendlich</b>
<b><i>Kauf Put</i></b>	<b>Basispreis abzgl. Optionsprämie</b>	<b>Optionsprämie</b>
<b><i>Verkauf Put (Stillhalter)</i></b>	<b>Optionsprämie</b>	<b>Basispreis abzgl. Optionsprämie</b>
<b><i>Kauf Future</i></b>	<b>unendlich</b>	<b>Terminkurs</b>
<b><i>Verkauf Future</i></b>	<b>Terminkurs</b>	<b>unendlich</b>

## Handelsplätze

- **Wichtige Terminbörsen**
  - **EUREX, 100% ige Tochter von Deutsche Börse AG.**
  - **Chicago Mercantile Exchange (CME), seit 2007 mit Chicago Board of Trade (CboT).**
  - **London International Financial Futures Exchange (LIFFE).**
- **G20 Zielvereinbarung Pittsburg 25.09.2009: Meldepflicht für alle Derivate und kein außerbörslicher („Over the Counter“ OTC) Handel für standardisierte Derivate.**
- **Eine häufig zitierte Zahl beziffert den weltweiten Handel mit Derivaten auf 700 Billionen US-Dollar (wie gemessen?) (zum Vergleich: BIP USA  $\approx$  16 Billionen US-Dollar)**

## **2. Futures**

- **Was ist ein Future-Kontrakte?**
- **Was versteht man unter den „Cost of Carry“?**
- **Was ist „Backwardation“ bzw. „Contango“?**
- **Welche Kosten/Erträge verursacht das „Rollen“ von Future-Kontrakten?**

### **Eigenschaften von Future-Kontrakten**

**Der Käufer (bzw. Verkäufer) eines Future-Kontraktes verpflichtet sich, den Basiswert**

- in einer bestimmten Menge (Kontraktgröße) und Qualität**
- zu einem fixen Zeitpunkt in der Zukunft (Termin)**
- zu einem bereits bei Vertragsabschluss festgelegten Preis**

**zu liefern (bzw. abzunehmen).**

### **Sicherheitsleistung (Margin) bei Future-Kontrakten**

- **Damit die Vertragsparteien ihre Verpflichtungen auch bei ungünstigen Kursverlauf erfüllen können, muss eine Sicherheitszahlung (Margin) geleistet werden.**
- **Die Margin hängt (außer von der Anzahl der Kontrakte) insb. von der Volatilität der Underlying ab. Mögliche Verluste sollen mit ausreichend hoher Wahrscheinlichkeit durch die Margin abgedeckt werden.**

**Die Marginverpflichtung wird im Zeitablauf kontinuierlich angepasst; bei Nichterfüllung eventueller Nachschusspflichten droht die Zwangsexekution der Position.**

## Beispiel: Tägliche Abrechnung bei Dax-Future an der Eurex (*FDXM*, Kontraktwert 5 €)

**26.03.19      13.30 Uhr Verkauf Eröffnen 11.398,00 (1 Kontrakt)**

**Schlusskurs**

**Gutschrift/Belastung**

**26.03.19      11.441,50      -217,50      + *Gebühren***

**27.03.19      11.432,50      45,00**

**28.03.19      11.447,50      -75,00**

**29.03.19      17.30 Uhr Kauf Schließen 11.532,00**

**-422,50      + *Gebühren***

## Beispiel: Agrar-Terminmarktnotierungen vom 26. März 2013

<b>Weizen MATIF €/t</b>		
Mai 13	243,25	
Nov 13	214,75	
Jan 14	213,75	
Mrz 14	213,00	

<b>Braugerste MATIF €/t</b>		
Mrz 13	246,00	
Mai 13	250,00	-
Nov 13	252,00	-
Jan 14	244,00	-

**Cost of Carry = Finanzierungskosten + Lagerkosten**

**Beispiel:**

**Spot-Preis (sofortige Lieferung): 250 € je Tonne Weizen**

**Finanzierungskosten: 4% p. a.**

**Lagerkosten: 1 € je Tonne und Monat**

**3-Monats-Future: 260 € / t**

***(Abwandlung: 3-Monats-Future = 240 € / t)***

- ***Bestimmen Sie die Cost of Carry!***
- ***Welche Arbitragemöglichkeiten gibt es?***

**Beispiel: Crash Oktober 1987**

***„Trading on Black Monday was chaotic. ... By late afternoon, the S&P 500 Index futures were selling at a 25-point, or 12 percent, discount to the spot market, a spread that previously was considered inconceivable.“***

Quelle: Siegel, J.J. (2002): Stocks for the Long Run, S. 266

**=> Arbitragemöglichkeit ?**

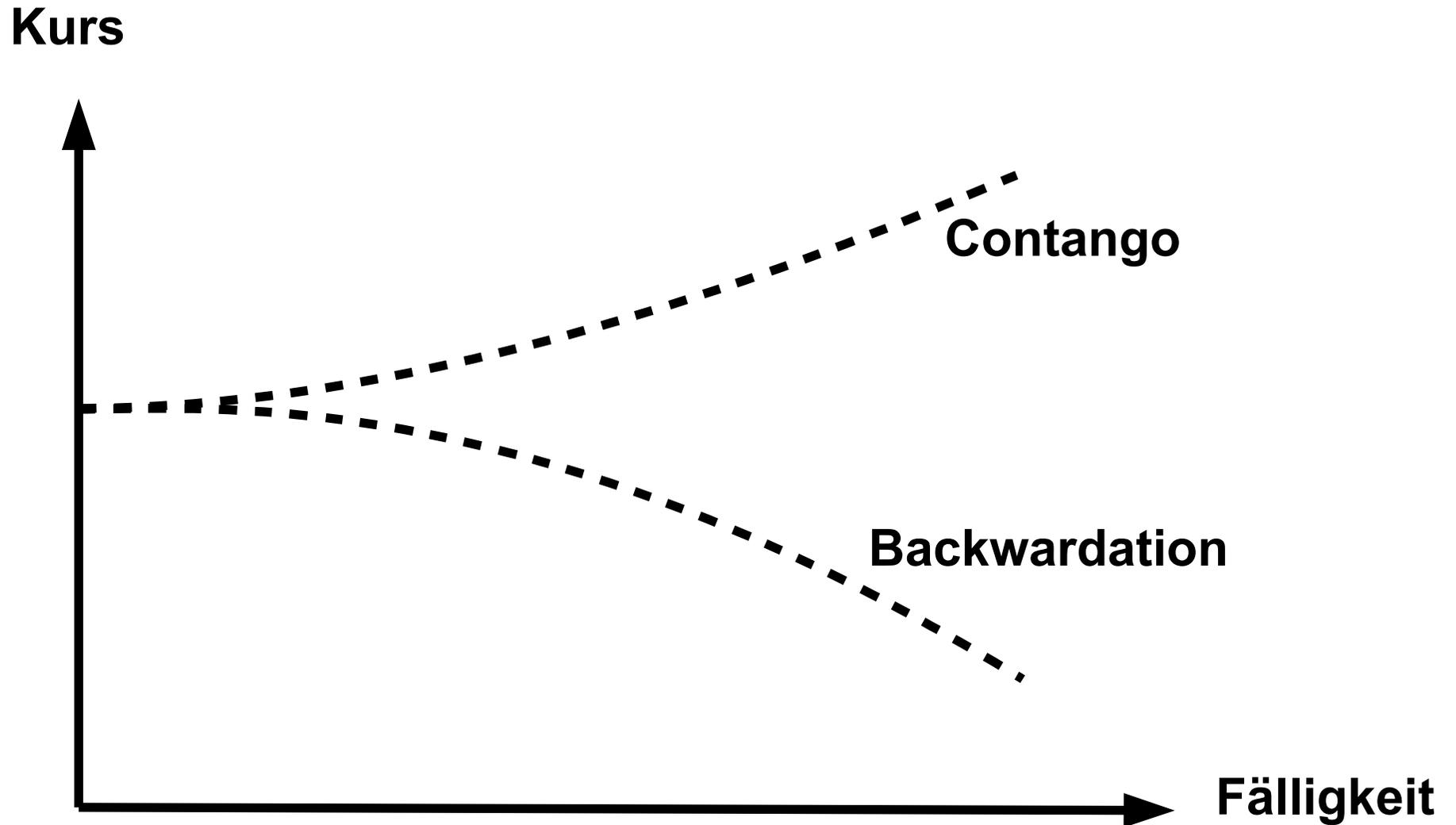
**Backwardation:                      Future-Preis < Spot-Preis**

**Contango:                              Future-Preis > Spot-Preis**

**John Maynard Keynes (1930) behauptete in „Treatise on Money“, Kapitel 29, dass sich die Märkte normalerweise in Backwardation befinden, da sich Produzenten eher gegen Preisrisiken absichern wollen als potentielle Kunden (Normal Backwardation).**

## 2. Futures

Was versteht man unter „Backwardation“ bzw. „Contango“?



- Bei Fälligkeit eines Future-Kontraktes wird regelmäßig ein neuer Terminkontrakt für die nächste Periode abgeschlossen („Rollen“ des Future-Kontraktes).
- Bei Backwardation (Contango) und einer Long-Position (Kauf von Futures) fällt jedes Mal ein Rollgewinn (Rollverlust) an. Genau umgekehrt verhält es sich bei einer Short-Position (Verkauf von Futures).
- Es entstehen also auch dann Gewinne oder Verluste, wenn sich der Spotpreis im Zeitablauf nicht verändert.

**Gewinn bei Kauf eines Future-Kontraktes:**

**Spotpreis( $t=T$ ) - Terminkurs( $t=0$ )**

$$= \text{Spotpreis}(t=T) - \text{Spotpreis}(t=0)$$

*Veränderung Spotpreis*

$$+ \text{Spotpreis}(t=0) - \text{Terminkurs}(t=0)$$

*Rollgewinn (Backwardation) bzw. -verlust (Contango)*

# 3. Optionen

- **Was sind die Bestandteile eines Options-Kontraktes?**
- **Wann lohnt sich die vorzeitige Ausübung einer Option und welche Rolle spielt dabei der Dividendenschutz?**
- **Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?**
- **Was versteht man unter den „Griechen“?**
- **Was bedeutet „risikoneutrale Bewertung“?**

## **Eigenschaften von Options-Kontrakten**

**Eine Option berechtigt**

- **zum Kauf (Call) bzw. Verkauf (Put) einer bestimmten Anzahl (Kontraktgröße) des Underlyings**
- **zu einem festgelegten Kurs (Basispreis)**
- **während eines bestimmten Zeitraums (amerikanische Option) / zu einem bestimmten Stichtag (europäische Option)**

**Vorzeitige Ausübung bei amerikanischen Calls nie lohnend, falls keine Dividenden während der Restlaufzeit gezahlt werden (bzw. bei Anpassung der Bedingungen bei Dividenden):**

- **Der bei Ausübung zu zahlende Bezugspreis könnte bei späterer Ausübung zwischenzeitlich zinsbringend angelegt werden könnte.**
- **Außerdem könnte der Aktienkurs während der restlichen Laufzeit unter den Basispreis fallen und die Aktie dann billiger über den Markt erworben werden.**

**Möglicher Einwand: Ein Optionsinhaber glaubt nicht an weitere Kurssteigerungen und möchte deshalb die Option ausüben und anschließend die bezogene Aktie verkaufen**

- **Bedeutet, es gibt einen Käufer, der bereit ist einen Preis  $P$  für die Aktie zu bezahlen.**
- **Dieser Käufer wäre dann aber auch bereit, für die Option mindestens  $P$  minus Basispreis (= sog. Innerer Wert der Option) zu bezahlen.**
- **Besser „lebende“ Option verkaufen als ausüben.**

Die vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Puts kann sich dagegen lohnen:

- Wenn das Underlying völlig wertlos geworden ist, lohnt sich auf jeden Fall die sofortige Ausübung
- Das gleiche gilt aber bereits auch bei einem ausreichend starken Wertverfall, wobei das Ausmaß des dafür notwendigen Kursrückganges im Einzelfall bestimmt werden muss

### 3. Optionen

## Vorzeitige Ausübung?

*Call*      *Put*

Dividendenzahlung  
während der Restlaufzeit?

Keine allgemeine  
Aussage möglich

*ja*      *nein*

Option dividendengeschützt?

Nie lohnend

*ja*      *nein*

Nie lohnend

Vorzeitige Ausübung unmittelbar vor  
einem Dividententermin evtl. lohnend

### Dividendenschutz

**Zwei Vorgehensweisen sind bei der Anpassung von Optionen im Fall von Dividendenzahlungen oder Bezugsrechten denkbar:**

- **Der Basispreis wird einfach in Höhe der Dividende /des Bezugsrechtes reduziert**
- **Oder es wird unterstellt, dass die Dividende / das Bezugsrecht zum Zukauf weiterer Aktien verwendet wird und neben dem Basispreis auch die Anzahl der Optionen entsprechend angepasst (Eurex-Methode)**

**Dividendenanpassung eines Calls nach der Eurex-Methode:**

**Basispreis: 75 €**

**Kontraktgröße: 100 Stück**

**Aktienkurs: 100 €**

**Dividende: 20 €**

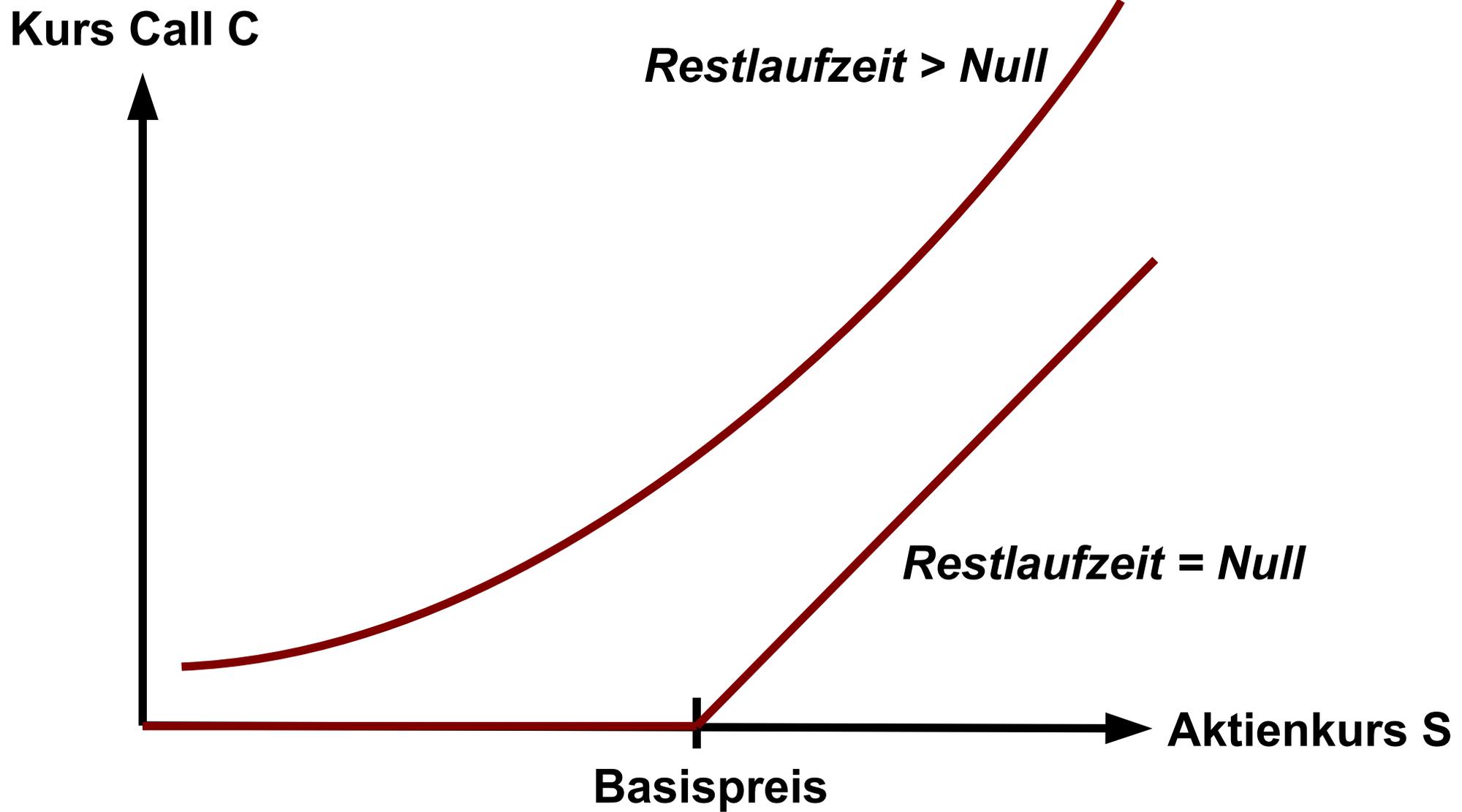
**=> Dividende kann zum Zukauf von 0,25 Aktien exDiv verwendet werden**

**=> Neue Kontraktgröße: 125 Stück**

**=> Neuer Basispreis:  $75 \text{ €} * \underbrace{100 / 125}_{= \text{R-Faktor} = 0,8} = 60 \text{ €}$**

### 3. Optionen

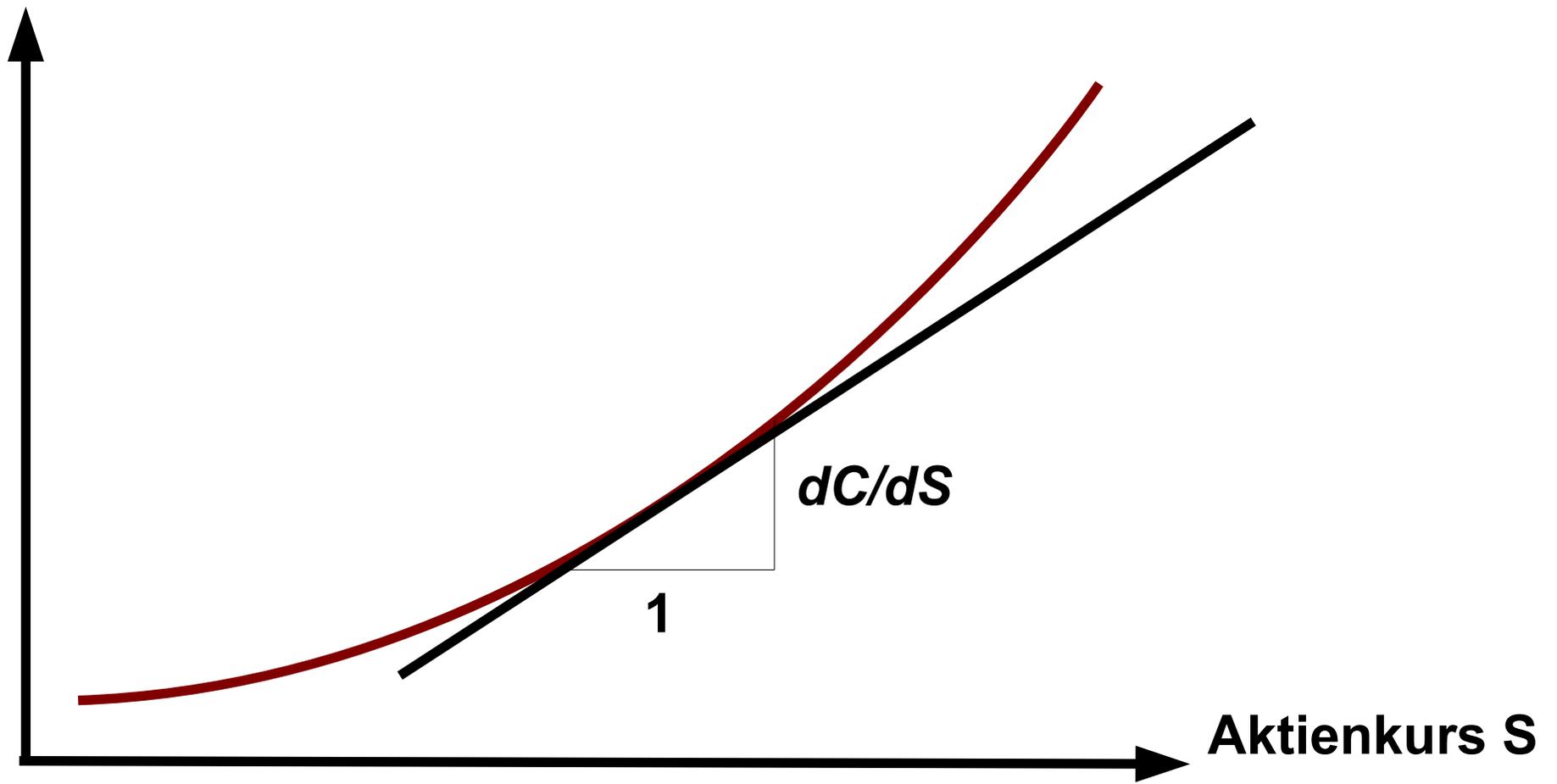
## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?



### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

Kurs Call C



### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

**Beispiel: Call-Option auf Aktie mit aktuellem Kurs 110 €**

**Ausübungspreis 100 €, Volatilität = 15%, Restlaufzeit 1 Jahr,  
Zins = 0,5%**

$$\frac{Call(110+1) - Call(110)}{1} = \frac{13,64 - 12,86}{1} = 0,78 \text{ €}$$

- **Delta  $dC/dS$  der Option ist 0,78**
- **100 Optionen haben approximativ das gleiche Risiko/Chancenprofil wie ein Portfolio aus 78 Aktien**
- **Aber: Wenn der Aktienkurs um 10€ von 110€ auf 120€ steigt, dann steigt der Optionswert auf 21,33€, also um 8,47€ > 10\*0,78€.**

- Wenn der Aktienkurs um 1 € steigt, gewinnt die Option um  $dC/dS$  an Wert.  $dC/dS$  ist das „Delta“ der Option.
- Eine Bank, die Calls verkauft hat, kann das Risiko durch Kauf von  $dC/dS$  Stück des Basiswertes hedgen (Delta-Hedging).
- Wenn der Aktienkurs steigt (sinkt), steigt (sinkt) auch das Delta. Daher muss das Hedgeportfolio kontinuierlich angepasst werden.

### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

9. August 2007 (sda/Reuters)

***Händler erklärten, der Verkaufsdruck sei von Derivaten auf die Oerlikon-Aktien verstärkt worden. ... Denn wenn die Aktie deutlich unter die Options-Ausübungskurse sinke, sei es nicht mehr notwendig, gleich viele Aktien als Absicherung zu halten. Dies löse eine Abwärtsspirale aus.***

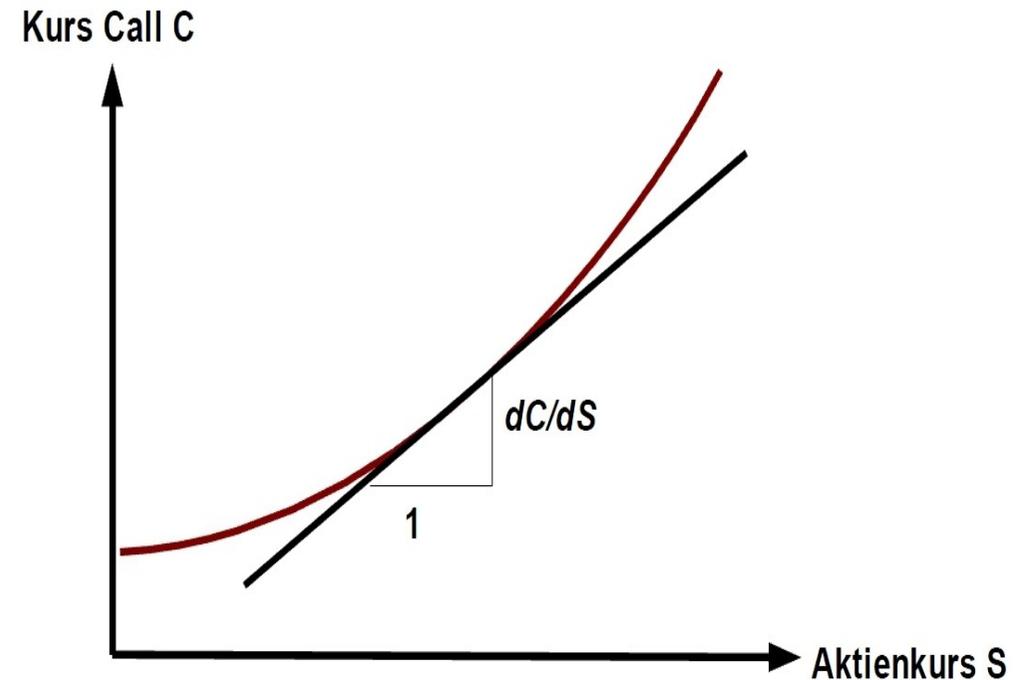
9. November 2007 (Neue Zürcher Zeitung)

***Im SLI setzten die Titel von OC Oerlikon ... ihren seit drei Tagen andauernden Aufwärtstrend fort. ... Ein Analyst merkte an, es müssten Positionen aufgebaut werden, um Optionen zu hedgen.***

### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

**Der Optionswert ist keine lineare Funktion des Aktienkurses. Bei sinkenden Kursen verliert die Option weniger an Wert und gewinnt bei steigenden Kursen mehr an Wert als der Basiswert (Konvexität)**



### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

Für eine intuitive Bewertung dieses Vorteils aus der Konvexität wird eine zufällige Rendite  $\varepsilon$  mit Erwartungswert Null eingeführt und eine Taylor-Entwicklung vorgenommen:

$$E[C(S + \varepsilon S)] = C(S) + \underbrace{E(\varepsilon) S \frac{dC}{dS}}_{= 0} + \frac{1}{2} \underbrace{E(\varepsilon^2) S^2 \frac{d^2 C}{dS^2}}_{\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2 C}{dS^2}}$$



**Zufällige Rendite  
mit  $E(\varepsilon) = 0$**

### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

Herleitung der Black-Scholes Differentialgleichung mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen:

Wenn statt  $dC/dS$  Stück des Basiswertes eine Option erworben wird, ist folgendes zu berücksichtigen:

- **Eingesparte Finanzierungskosten für  $dC/dS$  Stück des Basiswertes pro Zeiteinheit:**  $r S dC/dS$
- **Finanzierungskosten Option:**  $- r C$
- **Kontinuierlicher Wertverlust der Option:**  $dC/dt$
- **Vorteil aus der Konvexität:**  $\frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{d^2 C}{dS^2}$

Nullsetzen der Summe dieser Terme ergibt schließlich die berühmte Black-Scholes Differentialgleichung

$$r S \frac{dC}{dS} - r C + \frac{dC}{dt} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{d^2 C}{dS^2} = 0$$

Um hiermit ein konkretes Derivat zu bewerten, braucht man noch die Randbedingungen entsprechend den Produktbedingungen (Auszahlungsprofil)

### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

Die Randbedingung (= Auszahlung bei Endfälligkeit  $T$ ) eines klassischen europäischen Calls lautet:  $C_T = \max(S_T - B; 0)$

Die Lösung der Black-Scholes Differentialgleichung ist dann:

$$C = S N(d_1) - B e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln(S/B) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

### 3. Optionen

## Wie lassen sich Optionen mit Hilfe von Arbitrageüberlegungen bewerten?

### Berechnungsbeispiel:

**Restlaufzeit:**  $T-t = 0,333$  (4 Monate)

**Basispreis:**  $B = 10 \text{ €}$

**Zins:**  $r = 5\% = 0,05$

**Volatilität:**  $\sigma = 30\% = 0,3$

**Aktueller Aktienkurs:**  $S = 9 \text{ €}$

**Einsetzen dieser Parameter in die Formel für einen europäischen Call ergibt  $C = 0,316$**

**Einen Onlinerechner findet man zum Beispiel [hier](#)**

„Delta“ 1. Ableitung nach dem Aktienkurs  $S$ :  $\frac{dC}{dS}$

„Gamma“ 2. Ableitung nach dem Aktienkurs  $S$ :  $\frac{d^2C}{dS^2}$

„Theta“ Ableitung nach der Zeit  $t$ :  $\frac{dC}{dt}$

„Vega“ Ableitung nach der Volatilität  $\sigma$ :  $\frac{dC}{d\sigma}$

„Rho“ Ableitung nach dem Zins  $r$ :  $\frac{dC}{dr}$

### 3. Optionen

### risikoneutrale Bewertung

<u>Beispiel</u>	Investition in $t = 0$	Payoff Szenario A	Payoff Szenario B
<b>Aktie:</b>	<b>340</b>	<b>300</b>	<b>400</b>
<b>Anlage/Kredit zu 10%:</b>	<b>100</b>	<b>110</b>	<b>110</b>
<b>1 Aktie + 273 € Kredit:</b>	$340 - 273$ <b>= 67</b>	$300 - 273 \cdot 1,1$ <b>= 0</b>	$400 - 273 \cdot 1,1$ <b>= 100</b>
<b>-1 Aktie (Leerverkauf) + 364 € Anlage:</b>	$-340 + 364$ <b>= 24</b>	$-300 + 364 \cdot 1,1$ <b>= 100</b>	$-400 + 364 \cdot 1,1$ <b>= 0</b>
<b>Call mit Basis 350:</b>	<b>?</b>	<b>0</b>	<b>50</b>

- Zahlung von  $Z_A = 1\text{€}$  im Szenario A kosten 24 Cent
- Zahlung von  $Z_B = 1\text{€}$  im Szenario B kosten 67 Cent

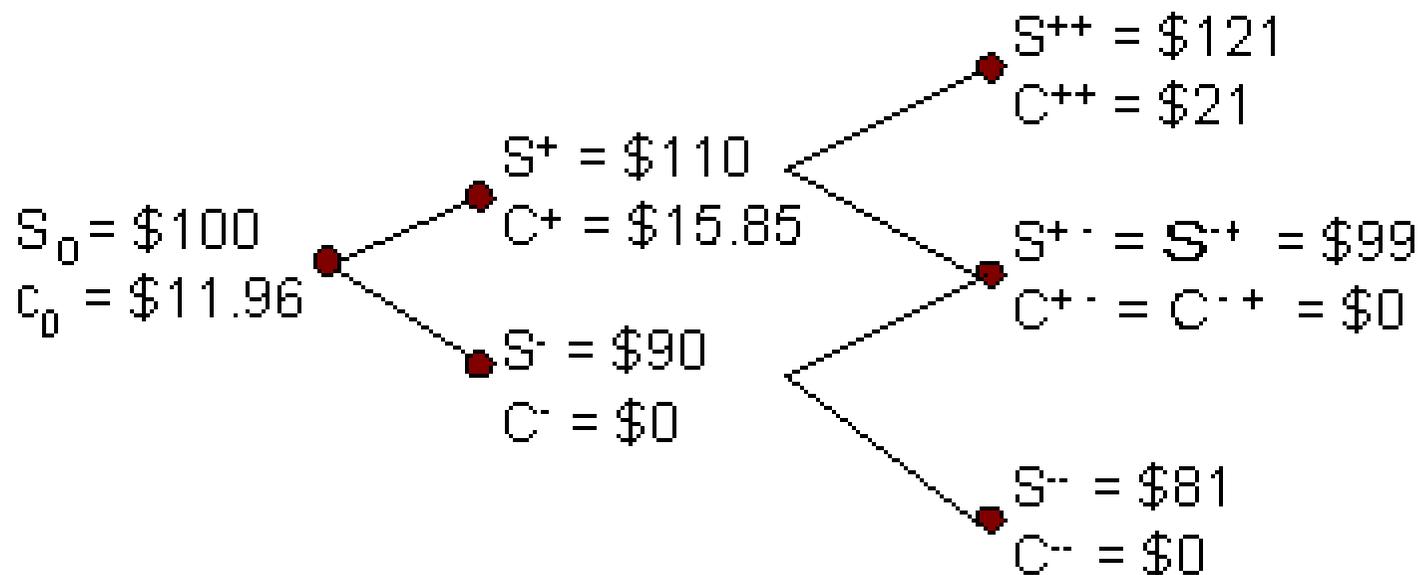
Damit kann ein beliebiges Derivat mit Payoffs  $Z_A$  und  $Z_B$  wie folgt als diskontierter Erwartungswert bewertet werden:

$$\text{Preis des Derivats} = 0,24 Z_A + 0,67 Z_B = \frac{0,26 Z_A + 0,74 Z_B}{1,1}$$

= diskontierter Erwartungswert der Payoffs in den Szenarien A und B

Dieser Ansatz kann bei iterierter Anwendung eine stetige Aktienkursverteilung immer besser approximieren:

### Two-Period Binomial Payoffs



**Im Grenzfall lässt sich ein europäischer Call (und analog jedes andere Derivat) als diskontierter Erwartungswert bewerten:**

$$C = e^{-r(T-t)} E [\max(S_T - B ; 0 )]$$

**wobei die „risikoneutrale“ Wahrscheinlichkeitsverteilung des Aktienkurses  $S_T$  eine Log-Normalverteilung ist mit:**

$$\ln(S_T) \sim N [\ln(S) + (r - \sigma^2/2) (T-t) ; \sigma^2(T-t)]$$

**Hieraus lässt sich wieder die Black-Scholes-Formel herleiten.**