

## **Kreditrisikomodellierung und Risikogewichte im Neuen Baseler Accord**

(Juni 2001)

Privatdozent Dr. Hans Rau-Bredow, Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, Bank- und Kreditwirtschaft, Universität Würzburg

Kontakt: [hans.rau-bredow@mail.uni-wuerzburg.de](mailto:hans.rau-bredow@mail.uni-wuerzburg.de)

Der Baseler Ausschuss für Bankenaufsicht hat in seinem im Januar 2001 veröffentlichten zweiten Konsultationspapier zur Neuregelung der Eigenkapitalvereinbarung von 1988 auch einen auf internen Ratings basierenden Ansatz (IRB-Ansatz) vorgestellt<sup>1</sup>. Das aufsichtsrechtliche Mindesteigenkapital, mit dem die Kredite zu unterlegen sind, ergibt sich dabei als Funktion der von der Bank intern geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeit. Die Herleitung der bei der Berechnung der Risikogewichte zur Anwendung kommenden Formel wird in dem Konsultationspapier allerdings nicht angegeben.

Die theoretischen Grundlagen des IRB-Ansatzes sind aber nicht nur für die mit den Aufsichtsbehörden geführte Diskussion von Bedeutung, ob die Mindesteigenkapitalanforderungen angemessen sind oder ob die Banken möglicherweise zu stark belastet werden. Darüber hinaus resultiert erhebliche praktische Relevanz aus der Tatsache, dass der IRB-Ansatz offensichtlich als Vorstufe für die langfristig – entsprechend den derzeit bereits für Marktisiken geltenden Regelungen - auch für Kreditrisiken zu erwartende aufsichtsrechtliche Anerkennung von internen Modellverfahren anzusehen ist. Einsichten in die dem IRB-Ansatz zugrunde liegenden modelltheoretischen Überlegungen können sich daher bei der Entwicklung von bankeigenen Kreditrisikomodellen als nützlich erweisen.

Wie im Folgenden gezeigt wird, kann der Zusammenhang zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit und aufsichtsrechtlicher Eigenkapitalanforderung nachvollzogen werden, indem auf bestimmte, teilweise auch in dem Konsultationspapier zitierte neuere Forschungsarbeiten zurückgegriffen wird. Dazu ist das approximative Verhalten eines Kreditrisikomodells bei zunehmender Granularität zu betrachten.

## Asset Value Modell

Ausgangspunkt ist die Vorstellung, dass ein Default eintritt, wenn die (möglicherweise negative) Rendite bestimmter Assets des Kreditnehmers eine kritische Schwelle  $D$  unterschreitet. Bei standardnormalverteilten<sup>2</sup> Asset Value Renditen  $\tilde{r}_i$  ergibt sich aus der Normalverteilung  $N$  unmittelbar eine Beziehung zwischen Default-Schwelle  $D$  und Ausfallwahrscheinlichkeit  $\bar{p}$ , wobei hier in einem homogenen Portfolio von einer für alle Kreditnehmer einheitlichen Ausfallwahrscheinlichkeit ausgegangen wird:

$$\bar{p} = P(\tilde{r}_i < D) = N(D) \quad (1)$$

In einem einfachen Modell können die Asset Value Renditen durch einen gemeinsamen systematischen Faktor  $\tilde{X}$  und das unsystematische bzw. spezifische Risiko der verschiedenen Kreditnehmer abbildende Faktoren  $\tilde{\varepsilon}_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) erklärt werden. Die unsystematischen Risikofaktoren  $\tilde{\varepsilon}_i$  sind dabei sowohl untereinander als auch vom systematischen Faktor  $\tilde{X}$  jeweils stochastisch unabhängig.

$$\tilde{r}_i = \sqrt{\rho} \tilde{X} + \sqrt{1-\rho} \tilde{\varepsilon}_i \quad (2)$$

Die Koeffizienten sind so gewählt, dass sich bei jeweils standardnormalverteilten systematischen und unsystematischen Faktor auch eine standardnormalverteilte Asset Value Rendite ergibt. Außerdem ist für zwei verschiedene Kreditnehmer die Korrelation der jeweiligen Asset Value Renditen einheitlich durch  $\rho$  gegeben.

## Bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit

Geht man in einem weiteren Schritt davon aus, dass sich das systematische Risiko jeweils zeitlich vor dem unsystematischen Risiko realisiert, dann lässt sich eine bedingte, von der Realisation des systematischen Faktors abhängige Ausfallwahrscheinlichkeit angeben<sup>3</sup>. Der systematische Faktor übernimmt damit die Funktion einer die Höhe der

Ausfallwahrscheinlichkeit steuernden Hintergrundvariable. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei gegebener Realisation des systematischen Faktors  $\tilde{X}$  die unsystematische Variable  $\tilde{\varepsilon}_1$  einen so niedrigen Wert annimmt, dass die resultierende Asset Value Rendite  $\tilde{r}_1$  unter der Default-Schwelle D liegt, berechnet sich aus (1) und (2) wie folgt:

$$p(\tilde{X}) = N\left(\frac{N^{-1}(\bar{p}) - \sqrt{\rho} \tilde{X}}{\sqrt{1-\rho}}\right) \quad (3)$$

Es wird also eine Unterscheidung getroffen zwischen dieser bedingten, sich für eine bestimmte Realisation des systematischen Faktors ergebenden Ausfallwahrscheinlichkeit  $p(\tilde{X})$  und der unbedingten Ausfallwahrscheinlichkeit  $\bar{p}$ . Die unbedingte Ausfallwahrscheinlichkeit kann dabei als langfristiger, sich über mehrere Konjunkturzyklen hinweg ergebender Durchschnittswert interpretiert werden.

### **Unendliche Granularität**

Für gegebene Realisation des systematischen Faktors sind die Ausfallereignisse stochastisch unabhängig. Mit zunehmender Anzahl der Kredite wird deshalb der Quotient aus ausgefallenen Krediten und Gesamtzahl der Kredite gegen die jeweilige bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit konvergieren. Dieser Zusammenhang wird als Gesetz der großen Zahlen bezeichnet, wonach bei sehr vielen Versuchen die empirische Trefferrate (hier von Ausfallereignissen) immer weniger von der theoretischen Trefferwahrscheinlichkeit abweichen wird.

Ausfallrate und in Prozent des Kreditvolumens gemessene Ausfallverluste stimmen genau überein, falls alle Kreditnehmer dasselbe Kreditvolumen und einen einheitlichen „loss given default“ von jeweils LGD = 100% aufweisen. Aus dem Gesetz der großen Zahlen folgt somit für ein unendlich granulares Portfolio aus unendlich vielen, jeweils gleichen Krediten die Identität von in Prozent gemessenen Ausfallverlusten und bedingter Ausfallwahrscheinlichkeit<sup>4</sup>. Unsystematische Risiken werden dabei durch Diversifikation vollständig beseitigt. Bestehen bleibt lediglich der Einfluss des systematischen

Faktors, also das Risiko, dass sich je nach Konjunkturlage eine höhere oder niedrige bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit einstellt.

### **Abdeckung des erwarteten und unerwarteten Verlustes**

Im Hinblick auf Kreditausfallverluste ist die Unterscheidung von erwarteten und unerwarteten Verlusten üblich. Während der als statistischer Mittelwert gegebene erwartete Verlust  $EL$  durch eine geeignet kalkulierte Zinsmarge auszugleichen ist, muss zur Abdeckung eines möglicherweise darüber hinaus entstehenden unerwarteten Verlustes  $UL$  ein ausreichendes Eigenkapitalpuffer bereitgehalten werden. Die Höhe dieses Eigenkapitalpuffers bemisst sich danach, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Insolvenz der Bank einen gerade noch akzeptierten, hier mit  $q$  bezeichneten Wert nicht überschreitet.

In einem unendlich granularen Portfolio sind wie gezeigt Ausfallverluste und bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit identisch. Es ergibt sich damit folgende Bedingung:

$$P(p(\tilde{X}) > EL + UL) = q \quad (4)$$

Nach der Substitution der durch Gleichung (3) gegebenen Formel für die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit und einigen elementaren Umformungen erhält man:

$$EL + UL = N \left( \frac{N^{-1}(\bar{p}) - \sqrt{\rho} N^{-1}(q)}{\sqrt{1-\rho}} \right) \quad (5)$$

Für den Grenzfall eines unendlich granularen Portfolios gelingt es also, eine explizite Formel für die Summe aus erwarteten und unerwarteten Verlust anzugeben. Die Modellannahmen lassen sich wie folgt rekapitulieren: Ausgegangen wird von Kreditnehmern mit normalverteilten Asset Value Renditen, die sich um einen Mittelwert oberhalb der Default-Schwelle konzentrieren. Je nach Ausprägung des systematischen Faktors bewegt sich die Default-Schwelle in Richtung Mittelwert oder von diesem weg. Da eine Bewegung in Richtung Mittelwert zu einem überproportionalen Anstieg der Ausfallereignisse führt, wird im übrigen auch die für Kreditrisiken typische Schiefe der Verlustverteilung impliziert.

## Kalibrierung

Der Baseler Ausschuss ist für ein Nichtbanken-Kreditportfolio von einer Asset-Korrelation in Höhe von  $\rho = 0,2$  und von einem Sicherheitsniveau in Höhe von 99,5%, also von  $q = 0,5\%$ , ausgegangen. Gleichung (5) lautet dann wie folgt:

$$EL + UL = N(1,118 \cdot N^{-1}(\bar{p}) + 1,288) \quad (6)$$

Dies ist die zentrale Formel im IRB-Ansatz, bei dem die Ausfallwahrscheinlichkeit  $\bar{p}$  bankintern geschätzt wird. Der Ausdruck ist noch mit verschiedenen Faktoren zu multiplizieren, die so kalibriert sind, dass sich bei einem pauschal vorgegebenen<sup>5</sup> „loss given default“ von LGD = 50% und einer Kreditrestlaufzeit von 3 Jahren dann ein Risikogewicht von 100% und somit ein aufsichtsrechtliches Kapital von 8% ergibt, wenn die Ausfallwahrscheinlichkeit auf 0,7% geschätzt wird. Da außerdem ein reales Kreditportfolio nie unendlich granular sein kann, wird vom Baseler Ausschuss noch eine individuelle Granularitätsanpassung vorgeschlagen, die je nachdem, ob das Portfolio eine über- oder unterdurchschnittliche Granularität aufweist, positiv oder negativ ausfallen kann.

## Fazit

Für den Grenzfall eines unendlich granularen Kreditportfolios kann eine explizite Formel für die Summe aus erwarteten und unerwarteten Verlust angegeben werden, auf die der Baseler Ausschuss für die Berechnung der Risikogewichte beim IRB-Ansatz zurückgegriffen hat. Wegen der Anwendung bestimmter Multiplikationsfaktoren (Kalibrierung) wird allerdings nicht die absolute Höhe, sondern nur das relative Verhältnis der Risikogewichte modelltheoretisch bestimmt<sup>6</sup>. Hier besteht eine Analogie zum Modellverfahren im Bereich der Markttrisiken, bei dem der Value at Risk ebenfalls noch mit bestimmten von der Bankenaufsicht vorgegebenen Zusatzfaktoren zu multiplizieren ist<sup>7</sup>. Der IRB-Ansatz stellt sich damit als ein wichtiger Zwischenschritt auf dem Weg zu einer langfristig auch für Kreditrisiken zu erwartenden aufsichtsrechtlichen Anerkennung bankinterner Modelle dar.

## Anmerkungen

---

<sup>1</sup> Das Konsultationspapier kann unter [www.bis.org](http://www.bis.org) heruntergeladen werden.

<sup>2</sup> D.h. die Renditen sind so standardisiert, dass der Erwartungswert Null und die Varianz 1 beträgt. Eine solche Standardisierung schränkt die Allgemeinheit der folgenden Überlegungen nicht ein, da Korrelationen invariant gegenüber einer gegebenenfalls erforderlichen Lineartransformation sind.

<sup>3</sup> Vgl. dazu C.C. Finger (1999): Conditional approaches for CreditMetrics portfolio distributions, in: CreditMetrics Monitor, S.14-33. Download: [www.riskmetrics.com](http://www.riskmetrics.com)

<sup>4</sup> Vgl. allgemeiner dazu M. B. Gordy (2001): A risk-factor model for rating-based capital rules, S.6f. Download: [mgordy.tripod.com](http://mgordy.tripod.com)

<sup>5</sup> Beim so genannten „advanced approach“ werden dagegen auch für den „loss given default“, das „exposure at default“ und die Laufzeit bankeigene Werte verwendet.

<sup>6</sup> So auch Deutsche Bundesbank (2001): Monatsbericht April 2001, S.38 FN 15.

<sup>7</sup> Vgl. H. Rau-Bredow (2001): Überwachung von Marktpreisrisiken durch Value at Risk, in Wirtschaftswissenschaftliches Studium 6/2001, S.317-321.